

Test clasa a IX a M.I.,septembrie 2006

Nume,prenume

.....

Școala absolvită

.....

Profesor la clasă în gimnaziu

.....

**Media(aproximativ)la matematică
în gimnaziu.....**

1. Determinați câți multipli de 4 sunt în mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 2006\}$.
2. Determinați care este cel mai mare număr întreg m pentru care $\frac{2m+1}{3} > \frac{3m-2}{2}$.
3. Găsiți perechile (x, y) de numere întregi care satisfac $x^2 + y^2 = 2(x + y)$.
4. Demonstrați că pentru orice numere strict pozitive a, b este adevărată inegalitatea:
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$
 În ce caz avem egalitate ?
5. Se consideră funcțiile $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6 - 3x, g(x) = x^2, h(x) = |2x - 1|$.
 - a) Reprezentați geometric graficul funcției f și calculați aria triunghiului determinat de această reprezentare și axele Ox, Oy ;
 - b) Se spune că o funcție $f: A \rightarrow B$ este o funcție **slabă** dacă există $a, b \in A, a \neq b$ pentru care $f(a) = f(b)$. Stabiliți care dintre funcțiile date sunt **slabe**.
6. O mulțime A de numere reale satisface simultan proprietățile:
 - a) $0 \in A$;
 - b) $x \in A \Rightarrow (3x + 1) \in A$;
 - c) $x^2 \in A \Rightarrow (3x - 1) \in A$.Arătați că : $\{2, 4, 11, 3\sqrt{5} - 1\} \subset A$.
7. Fie ABC un triunghi oarecare. Arătați că:
 - a) mediatoarele laturilor triunghiului sunt concurente într-un punct, care se notează cu M ;
 - b) dacă N este un punct oarecare din interiorul triunghiului ABC și proiecțiile lui N pe laturile $(BC), (CA), (AB)$ sunt D, E , respectiv F , iar
$$\frac{ND + NE}{NF} + \frac{NE + NF}{ND} + \frac{NF + ND}{NE} = 6,$$
 atunci N este centrul cercului înscris în triunghiul ABC ;
 - c) dacă punctul M obținut la a) este centrul cercului înscris în triunghiul ABC , atunci ABC este triunghi echilateral.